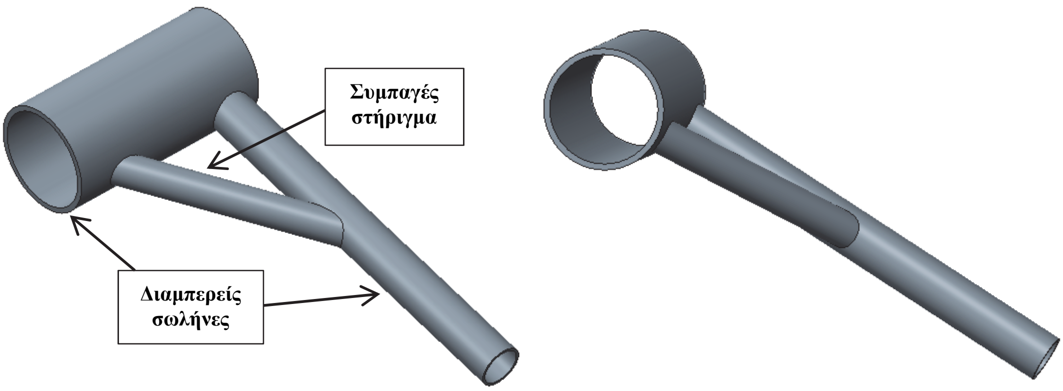
Πανεπιστήμιο Αιγαίου **Τμήμα Μηχανικών Σχεδίασης Προϊόντων & Συστημάτων**

"Σχεδίαση με Η/Υ (5151)"
Ακαδημαϊκό Έτος 2011-2012
Διδάσκοντες: Φ. Αζαριάδης, Σ. Κυρατζή, Η. Ξυδιάς
Γραπτή Εξέταση – Φεβρουάριος 2012

ΘΕΜΑ 1. Έστω καμπύλη B-Splines που ορίζεται στο κομβικό διάνυσμα $U=\{0,0,0,2,4,4,6,6,6\}$. (α) Ποιος είναι ο βαθμός της καμπύλης; (β) Πόσα σημεία ελέγχου έχει η καμπύλη; (γ) Ποιος είναι ο βαθμός της παραμετρικής συνέχειας της καμπύλης; (δ) Να υπολογιστεί η συνάρτηση B-Splines $N_2^2(t)$.

ΘΕΜΑ 2. Έστω ευθύγραμμο τμήμα $\mathbf{P_1P_2}$ με $\mathbf{P}_1=(1,2,0)$ και $\mathbf{P}_2=(2,8,0)$ επί του xy-επιπέδου. Να βρεθεί η εξίσωση της επιφάνειας εκ' περιστροφής που προκύπτει από την περιστροφή του ανωτέρω τμήματος γύρω από τον y-άξονα και στη συνέχεια να υπολογιστεί το σημείο $\mathbf{P}=\mathbf{P}(0.5,60^{O})$.

ΘΕΜΑ 3. (α) Εξηγήστε με ένα παράδειγμα γιατί ο νόμος του Euler είναι αναγκαία και όχι ικανή συνθήκη για την επαλήθευση της ορθότητας ενός στερεού μοντέλου. (β) Κατασκευάστε σωστό μοντέλο συνόρου για το παρακάτω αντικείμενο που να ικανοποιεί το νόμο του Euler.



ΘΕΜΑ 4. Έστω ευθύγραμμο τμήμα που ορίζεται από τα σημεία $\mathbf{P}_0=(0,0)$ και $\mathbf{P}_1=(2,1)$. Χρησιμοποιείστε τον «αλγόριθμο προβολής σημείου σε καμπύλη» για να βρείτε την παράμετρο u^* που αντιστοιχεί στη προβολή του σημείου $\mathbf{P}=(1,1)$ στο παραπάνω ευθύγραμμο τμήμα και στη συνέχεια να υπολογίσετε τις συντεταγμένες του σημείου προβολής. <u>Σημείωση:</u> (α) Να πραγματοποιηθούν 2 επαναλήψεις με αρχική εκτίμηση $u_0=0$. (β) Αγνοείστε τα κριτήρια τερματισμού.

Καλή επιτυχία

ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ

$$N_i^r(t)=\frac{t-t_i}{t_{i+r}-t_i}N_i^{r-1}(t)+\frac{t_{i+r+1}-t}{t_{i+r+1}-t_{i+1}}N_{i+1}^{r-1}(t),\quad \begin{matrix} r=1,2,\ldots,k \\ i=0,1,\ldots,n+k-r \end{matrix} \qquad N_i^0(t)=\begin{cases}1, & t\in[t_i,t_{i+1}) \\ 0, & \text{άλλο}\end{cases}$$

$$Q^k(t)=\sum_{i=0}^{n}N_i^k(t)\mathbf{P}_i\,,\ t_{\min}\le t\le t_{\max}$$

$$t_i=\begin{cases} 0, & 0\le i\le k \\ t_{i-1}+\left\|\mathbf{P}_{i-k}-\mathbf{P}_{i-k-1}\right\|, & k+1\le i\le n \\ \sum_{j=0}^{n-k}\left\|\mathbf{P}_{j+1}-\mathbf{P}_j\right\|, & n+1\le i\le n+k+1 \end{cases}$$

$$\mathbf{P}(u,v)=-\begin{bmatrix}-1 & F_1(u) & F_2(u)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0 & \mathbf{P}(u,0) & \mathbf{P}(u,1)\\ \mathbf{P}(0,v) & \mathbf{P}(0,0) & \mathbf{P}(0,1)\\ \mathbf{P}(1,v) & \mathbf{P}(1,0) & \mathbf{P}(1,1)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-1\\ F_1(v)\\ F_2(v)\end{bmatrix}\ \text{με}\ F_1(x)=2x^3-3x^2+1\,,$$

$$F_2(x)=-2x^3+3x^2$$

$$f(u)=\mathbf{C}'(u)\cdot(\mathbf{C}(u)-\mathbf{P}) \qquad u_{i+1}=u_i-\frac{f(u_i)}{f'(u_i)}$$

$$\left|\mathbf{C}(u_{i+1})-\mathbf{P}\right|\le\varepsilon_1 \qquad \frac{\left|\mathbf{C}'(u_{i+1})\cdot(\mathbf{C}(u_{i+1})-\mathbf{P})\right|}{\left|\mathbf{C}'(u_{i+1})\right|\left|\mathbf{C}(u_{i+1})-\mathbf{P}\right|}\le\varepsilon_2 \qquad \left|(u_{i+1}-u_i)\mathbf{C}'(u_{i+1})\right|\le\varepsilon_1$$

$$x_c=x_{\text{int}}+R\frac{\cos\left[\frac{1}{2}(\theta_1+\theta_2)\right]}{\sin\left[\frac{1}{2}(\theta_2-\theta_1)\right]} \qquad y_c=y_{\text{int}}+R\frac{\sin\left[\frac{1}{2}(\theta_1+\theta_2)\right]}{\sin\left[\frac{1}{2}(\theta_2-\theta_1)\right]}$$

$$\mathbf{P}(t)=(x_0+r\cos t,\,y_0+r\sin t),\ t\in[0,2\pi]$$

$$\mathbf{P}=\mathbf{P}(u,v)=\mathbf{P}_0+\left[r_z(u)\cos v\right]\mathbf{n}_1+\left[r_z(u)\sin v\right]\mathbf{n}_2+z_L(u)\mathbf{n}_3\quad 0\le u\le 1,\ 0\le v\le 2\pi$$

$$\mathbf{P}=\mathbf{P}(u,v)=(1-v)\mathbf{G}(u)+v\mathbf{Q}(u)\,,\ 0\le u\le 1\,,\ 0\le v\le 1$$

$$\mathbf{P}=\mathbf{P}(u,v)=\mathbf{G}(u)+v\mathbf{n}_{\mathbf{v}}\,,\ 0\le u\le 1\,,\ 0\le v\le v_{\max}$$

F – E + V – L = 2(B – G)