

**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΙΓΑΙΟΥ**  
**Τμήμα Μηχανικών Σχεδίασης Προϊόντων Και Συστημάτων**  
**Επαναληπτική Εξέταση Στο Μάθημα**  
**“Διακριτά Μαθηματικά”**

Σύρος, 14/09/2010

Ομάδα Α

**Θέμα 1**

Έστω  $A, B, C$  τυχαία υποσύνολα ενός συνόλου  $E$ .

Να δείξετε ότι  $(A \setminus B) \setminus C = (A \setminus C) \setminus (B \setminus C)$ .

Ισχύει η προσεταιριστική ιδιότητα για τη διαφορά, δηλ.  $(A \setminus B) \setminus C = A \setminus (B \setminus C)$ ;  
(1.5 μ.)

**Θέμα 2**

Να δείξετε ότι κάθε φυσικός αριθμός  $n \geq 12$  μπορεί να γραφεί ως άθροισμα προσθετέων από το σύνολο  $\{4, 5\}$ .

(Υπόδειξη: Χρησιμοποιείτε απλή μαθηματική επαγωγή.)

(1.5 μ.)

**Θέμα 3**

Έστω  $p, q, r$  προτάσεις. Να δείξετε τη παρακάτω ταυτολογία

$$\overline{p \wedge q \wedge r} \equiv \bar{p} \vee \bar{q} \vee \bar{r}.$$

(1 μ.)

**Θέμα 4**

1. Με πόσους τρόπους μπορούν να τοποθετηθούν σ'ένα ράφι 3 ίδια βιβλία μαθηματικών και 5 ίδια βιβλία φυσικής χωρίς να συνυπολογίζονται οι διατάξεις όμοιων βιβλίων ;
2. Σε ένα σύνολο 20 φοιτητών υπάρχουν τρία αδέρφια, δυο αγόρια και ένα κορίτσι. Μια επιτροπή 8 φοιτητών πρέπει να επιλεγεί από το παραπάνω σύνολο για να συμμετάσχει σε ένα συμβούλιο. Πόσες επιτροπές μπορούμε να σχηματίσουμε που περιέχουν το πολύ ένα από τα δύο αγόρια και σίγουρα το κορίτσι;

(2 μ.)

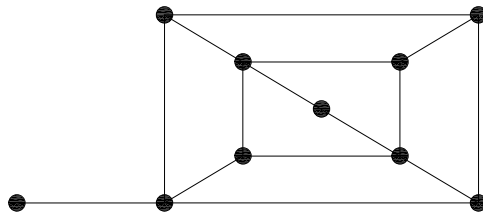
**Θέμα 5**

1. Να δείξετε ότι το σύνολο των minimal στοιχείων ενός πεπερασμένου διατεταγμένου συνόλου είναι αντιαλυσίδα.
2. Για το διατεταγμένο σύνολο  $(\{2, 3, 6, 8, 9, 24, 36, 45, 48, 72\}, |)$  να κατασκευάσετε ένα διάγραμμα Hasse, να εντοπίσετε τα maximal και τα minimal στοιχεία και να επαληθεύσετε το θεώρημα του Dilworth (με “|” συμβολίζουμε τη διάταξη διαιρετότητα).

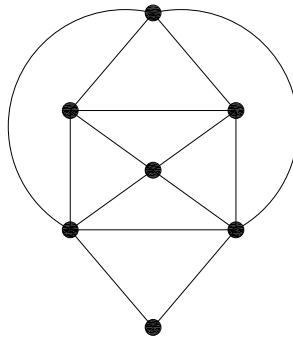
(2 μ.)

### Θέμα 6

1. Να σχεδιάσετε ένα κύκλωμα που είναι Hamilton αλλά όχι Euler. (1 μ.)
2. Για το παρακάτω γράφημα να εξετάσετε εάν έχει μονοπάτι ή κύκλωμα Hamilton (να αιτιολογήσετε την απάντησή σας): (1 μ.)



3. Το παρακάτω γράφημα έχει μονοπάτι ή κύκλωμα Euler; Εάν ναι, να το εντοπίσετε. (1 μ.)



Διάρκεια Εξέτασης 2,5 ώρες - Καλή Επιτυχία!