"Εισαγωγή στην Σχεδίαση με Η/Υ (2402)"

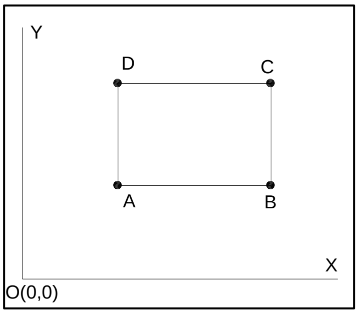
Ακαδημαϊκό Έτος 2010-2011 – Γ' Εξάμηνο

Διδάσκοντες: Σ. Κυρατζή, Φ. Αζαριάδης, Κ. Μπάιλας, Η. Ξυδιάς

Γραπτή Εξέταση – Φεβρουάριος 2011

ΘΕΜΑ 1. (2.4/8.4)

(1α) Δίνεται το σχήμα της διπλανής εικόνας και ο πίνακας μετασχηματισμού $\mathrm{M}_1 = \mathrm{T}(\vec{d})R(\theta_2)R(\theta_1)\mathrm{T}(-\vec{d})$, που εφαρμόζεται σε αυτό, με $\vec{d} = \overrightarrow{OA}$. (i) Ποια ενέργεια περιγράφει ο μετασχηματισμός M_1; (ii) Ποια είναι τα επιμέρους βήματα που παράγουν τον πίνακα M_1;



(1β) Περιγράψτε τις ιδιότητες της «Κυρτής Περιβάλλουσας» και του «Ψευδο-τοπικού ελέγχου», που ισχύουν για τις καμπύλες Bezier.

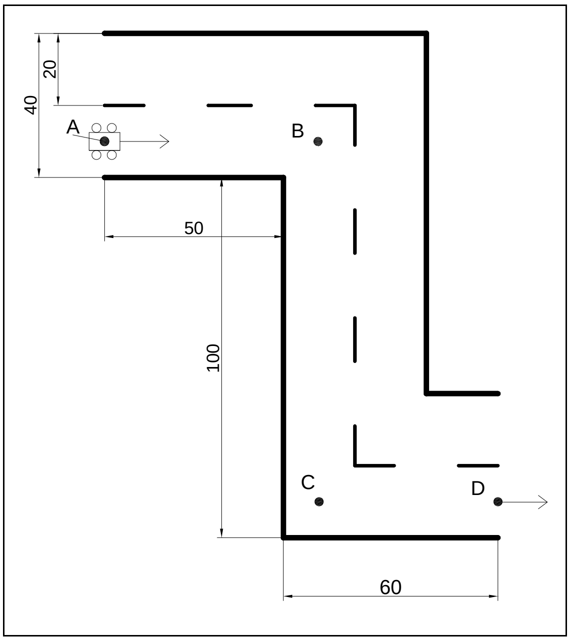
ΘΕΜΑ 2. (3/8.4) Δίνεται καμπύλη Bezier P^3, ορισμένη στο παραμετρικό διάστημα $t\in[0,1]$, με σημεία ελέγχου $P_0(0,0)$, $P_1(2,4)$, $P_2(4,4)$, $P_3(6,2)$ και καμπύλη Bezier Q^3, ορισμένη στο παραμετρικό διάστημα παραμετρικό διάστημα $t\in[2,3]$, με σημεία ελέγχου $Q_0(10,2)$, $Q_1(12,5)$, $Q_2(15,3)$, $Q_3(16,1)$.

(2α) Ποια είναι η εφαπτόμενη της καμπύλης P^3 στο σημείο $P^3(¼)$;

(2β) Βρείτε την ελαχίστου βαθμού καμπύλη R=R(t), που ξεκινάει από το σημείο $P^3(¼)$ με παραμετρική συνέχεια C^1, και καταλήγει στο σημείο $Q^3(2)$ με παραμετρική συνέχεια C^2;

ΘΕΜΑ 3. (3/8.4)

Έστω το αυτοκίνητο της διπλανής εικόνας, το κέντρο του οποίου βρίσκεται στη θέση Α. Το αυτοκίνητο ξεκινάει από την θέση Α και καταλήγει στην θέση D, διερχόμενο από τα σημεία Β και C. Όταν το αυτοκίνητο διέρχεται από τα σημεία Α, Β, C, και D βρίσκεται στη μέση της λωρίδας κυκλοφορίας του.



(3α)Χρησιμοποιείστε την κατά τμήματα παρεμβολή Hermite για να υπολογίσετε την καμπύλη της διαδρομής που ακολουθεί το αυτοκίνητο.

(3β)Τη χρονική στιγμή t = 1.5 το αυτοκίνητο θα βρίσκεται στη σωστή λωρίδα κυκλοφορίας; Δικαιολογήστε την απάντηση σας.

Θεωρείστε ομοιόμορφη παραμετροποίηση ($t_0 = 0$, $\Delta t = 1$). Η εφαπτόμενη στα σημεία Α και D είναι ίση με (20, 0). Για τις εφαπτόμενες στα ενδιάμεσα σημεία χρησιμοποιείστε την μέθοδο FMILL.

Καλή Επιτυχία

ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ

$$\vec{v} \times \vec{w} = (v_y w_z - v_z w_y)\vec{i} + (v_z w_x - v_x w_z)\vec{j} + (v_x w_y - v_y w_x)\vec{k}$$

$$T(m,n)=\begin{bmatrix}1 & 0 & m\\ 0 & 1 & n\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix},\ S(s_x,s_y)=\begin{bmatrix}s_x & 0 & 0\\ 0 & s_y & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix},\ R(\theta)=\begin{bmatrix}\cos\theta & -\sin\theta & 0\\ \sin\theta & \cos\theta & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

$$R_x(\theta)=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta & 0\\ 0 & \sin\theta & \cos\theta & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix},\ R_y(\theta)=\begin{bmatrix}\cos\theta & 0 & \sin\theta & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix},\ R_z(\theta)=\begin{bmatrix}\cos\theta & -\sin\theta & 0 & 0\\ \sin\theta & \cos\theta & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

$$P(u)=\frac{b-u}{b-a}P_0+\frac{u-a}{b-a}P_1,\ \ u\in[a,b]$$

$$\mathbf{P}^n(t)=\sum_{i=0}^{n}\binom{n}{i}t^i(1-t)^{n-i}\mathbf{P}_i=\sum_{i=0}^{n}B_i^n(t)\mathbf{P}_i,\ t\in[0,1]\ \text{και}\ \binom{n}{i}=\frac{n!}{i!(n-i)!}$$

$$\frac{d}{du}P^n(a)=\frac{n}{(b-a)}(\mathbf{P}_1-\mathbf{P}_0),\ \frac{d}{du}P^n(b)=\frac{n}{(b-a)}(\mathbf{P}_n-\mathbf{P}_{n-1}),\ u\in[a,b]$$

$$\frac{d^2}{du^2}P^n(a)=\frac{n(n-1)}{(b-a)^2}(\mathbf{P}_2-2\mathbf{P}_1+\mathbf{P}_0),\ \frac{d^2}{du^2}P^n(b)=\frac{n(n-1)}{(b-a)^2}(\mathbf{P}_n-2\mathbf{P}_{n-1}+\mathbf{P}_{n-2}),\ u\in[a,b]$$

$$\frac{dP^n(t)}{dt}=n\sum_{i=0}^{n-1}B_i^{n-1}(t)[\mathbf{P}_{i+1}-\mathbf{P}_i],\ t\in[0,1]$$

$$\left.\begin{aligned}H_0^3(t)&=2t^3-3t^2+1\\ H_1^3(t)&=t^3-2t^2+t\\ H_2^3(t)&=t^3-t^2\\ H_3^3(t)&=-2t^3+3t^2\end{aligned}\right\}t\in[0,1]\qquad \left.\begin{aligned}\hat{H}_0^3(u)&=H_0^3(t)\\ \hat{H}_1^3(u)&=(b-a)H_1^3(t)\\ \hat{H}_2^3(u)&=(b-a)H_2^3(t)\\ \hat{H}_3^3(u)&=H_3^3(t)\end{aligned}\right\}u\in[a,b],t\in[0,1],t=\frac{u-a}{b-a}$$

$$\mathbf{P}(t)=H_0^3(t)\mathbf{P}_0+H_1^3(t)\mathbf{m}_0+H_2^3(t)\mathbf{m}_1+H_3^3(t)\mathbf{P}_1,\ \ \mathrm{t}\in[0,1]$$

$$\mathbf{P}_i(u)=\hat{H}_0^3(u)\mathbf{P}_i+\hat{H}_1^3(u)\mathbf{m}_i+\hat{H}_2^3(u)\mathbf{m}_{i+1}+\hat{H}_3^3(u)\mathbf{P}_{i+1},\ \ u\in[t_i,t_{i+1}]$$

$$\mathbf{m}_i=\mathbf{P}_{i+1}-\mathbf{P}_{i-1}$$