

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΗ ΕΞΕΤΑΣΗ ΣΤΟΝ ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟ ΛΟΓΙΣΜΟ Ι

ΣΥΡΟΣ - ΟΚΤΩΒΡΙΟΣ 2011

ΟΜΑΔΑ Α

1. Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = x^2 + x$ ,  $x \in [0, +\infty)$ . Δείξτε ότι η συνάρτηση είναι 1-1. Ποιο είναι το σύνολο τιμών; Βρείτε την αντίστροφη συνάρτηση  $f^{-1}$  και επαληθεύστε ότι  $f(f^{-1}(x)) = x$ .

2. Να υπολογιστεί το όριο, αν υπάρχει, χωρίς να χρησιμοποιηθούν παράγωγοι:

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x}{x^2 + 4x + 4}.$$

3. Να μελετηθεί και να παρασταθεί γραφικά η συνάρτηση:

$$f(x) = 1 - \frac{6}{x} + \frac{9}{x^2}.$$

4. Βρείτε το ανάπτυγμα της συνάρτησης  $x \sin 3x$  σε σειρά Mc Laurin.

5. Υπολογίστε το ολοκλήρωμα

$$\int_0^1 \frac{x-1}{x^2-7x+12} dx$$

6. Δίνονται οι συναρτήσεις  $f(x) = \int_{1/2}^x \ln t dt$  και  $g(x) = \int_1^x \ln t dt$ . Χωρίς να κάνετε τον υπολογισμό των ολοκληρωμάτων, απαντήστε στις ερωτήσεις: (α) ποιο είναι μεγαλύτερο, το  $f(5)$  ή το  $g(5)$ ; (β) Τι σχέση έχουν μεταξύ τους τα γραφήματα των  $f$  και  $g$ ;