

ΤΕΛΙΚΗ ΕΞΕΤΑΣΗ ΣΤΟΝ ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟ ΛΟΓΙΣΜΟ Ι

ΣΥΡΟΣ - 2012

ΟΜΑΔΑ Δ

1. Δείξτε ότι για κάθε  $x \in [-1, 1]$ , ισχύει

$$\cos(2 \operatorname{Arcsin} x) = 1 - 2x^2.$$

2. Δείξτε ότι  $2 \operatorname{Arctan} x \geq x + 1 - \frac{\pi}{2}$ , για κάθε  $x \leq -1$ .

3. Βρείτε το ανάπτυγμα σε σειρά McLaurin της συνάρτησης  $f(x) = xe^{-x}$ .

4. Να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα

$$\int \frac{x-1}{(x^2+1)(x+1)} dx.$$

5. Να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα

$$\int_{-\pi}^{\pi} \frac{x^2 \sin x + x^3}{\sin(x^2) + 7} dx.$$

6. Να βρεθούν τα σημεία όπου η παρακάτω συνάρτηση παρουσιάζει ακρότατο και τα σημεία καμπής (αν υπάρχουν). Προσδιορίστε τη φύση των ακροτάτων (μέγιστο ή ελάχιστο, ολικό ή μερικό). Μην υπολογίσετε το ολοκλήρωμα.

$$f(x) = \int_0^x \operatorname{Arctan}(t^2) dt.$$

7. Βρείτε το εμβαδόν που περικλείεται από τις καμπύλες  $y = 2 \ln x$ ,  $y = 3 - \ln x$  και την ευθεία  $x = e^3$ .