ΠΜΣ: «ΣΧΕΔΙΑΣΗ ΔΙΑΔΡΑΣΤΙΚΩΝ & ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΠΡΟΪΟΝΤΩΝ & ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ»
Α' Εξάμηνο: 'Εισαγωγή στη Σχεδίαση με Η/Υ (CADI)'
Ακαδημαϊκό Έτος 2011-2012
Διδάσκοντες: Φ. Αζαριάδης, Σ. Κυρατζή

Γραπτή Εξέταση: Φεβρουάριος 2012

ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΙ - BEZIER (Σ. ΚΥΡΑΤΖΗ)

ΘΕΜΑ 1. (2/10)

[1α] Ποιος είναι ο πίνακας μετασχηματισμού που υπολογίζει το συμμετρικό ενός αντικειμένου γύρω από το επίπεδο Ε: $2x + y - 3z + 3 = 0$; (*Θεωρείστε τους πίνακες $A(v)$ και $A^{-1}(v)$ γνωστούς*)

[1β] Τι στοιχεία θα ζητούσατε από τον χρήστη ώστε ο παραπάνω μετασχηματισμός του 3D Mirror να υλοποιηθεί ως «εντολή» σε ένα πρόγραμμα σχεδίασης; Δικαιολογήστε την απάντηση σας.

ΘΕΜΑ 2. (3/10)

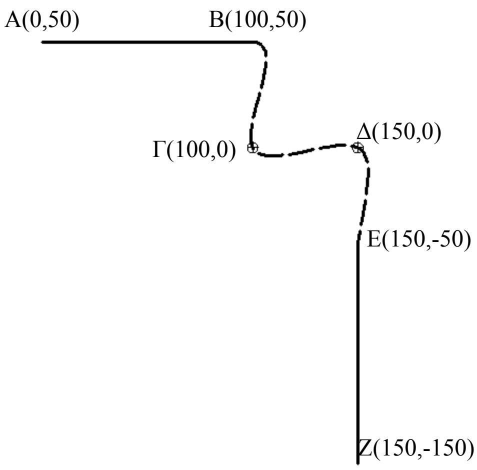
[2α] Περιγράψτε τις ιδιότητες της «Κυρτής Περιβάλλουσας», του «Ψευδοτοπικού Ελέγχου», και της «Γραμμικής Ακρίβειας».

[2β] Δίνεται καμπύλη Bezier $P^3(t)$, με σημεία ελέγχου $P_0(0,0)$, $P_1(0,4)$, $P_2(4,7)$ και $P_3(6,9)$, η οποία ορίζεται στο παραμετρικό διάστημα [0,1] και καμπύλη Bezier $Q^3(t)$, με σημεία ελέγχου $Q_0(10,7)$, $Q_1(12,9)$, $Q_2(18,5)$ και $Q_3(20,1)$, η οποία ορίζεται στο παραμετρικό διάστημα [2,3]. Υπολογίστε ελαχίστου βαθμού καμπύλη Bezier $R(t)$, που ενώνεται με την $P(t)$ στο σημείο $P^3(1)$ με παραμετρική συνέχεια C^2, και με την $Q(t)$ στο σημείο $Q^3(2)$, με παραμετρική συνέχεια C^1.

ΘΕΩΡΙΑ ΚΑΜΠΥΛΩΝ (Φ. ΑΖΑΡΙΑΔΗΣ)

ΘΕΜΑ 3. (2.5/10)

Δίνονται δύο ευθύγραμμα τμήματα ΑΒ και ΕΖ όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Να υπολογισθεί με τη μέθοδο της κατά τμήματα παρεμβολής Hermite καμπύλη που να ξεκινάει ομαλά από το σημείο Β, να διέρχεται από τα σημεία Γ και Δ και να καταλήγει ομαλά στο σημείο Ε του τμήματος ΕΖ. Να χρησιμοποιηθεί ομοιόμορφη παραμετροποίηση με $\Delta t = 1$ και $t_0 = 0$ και όπου χρειάζεται υπολογισμός εφαπτόμενων διανυσμάτων η μέθοδος FMILL.



ΘΕΜΑ 4. (2.5/10) Έστω καμπύλη B-Splines που ορίζεται στο κομβικό διάνυσμα $U = \{0,0,0,2,4,4,6,6,6\}$. (α) Ποιος είναι ο βαθμός της καμπύλης; (β) Πόσα σημεία ελέγχου έχει η καμπύλη; (γ) Ποιος είναι ο βαθμός της παραμετρικής συνέχειας της καμπύλης; (δ) Να υπολογιστεί η συνάρτηση B-Splines $N_2^2(t)$.

Καλή Επιτυχία

ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ

$$\vec{v} \times \vec{w} = (v_y w_z - v_z w_y)\vec{i} + (v_z w_x - v_x w_z)\vec{j} + (v_x w_y - v_y w_x)\vec{k}$$

$$T(m,n)=\begin{bmatrix}1 & 0 & m\\ 0 & 1 & n\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix},\ S(s_x,s_y)=\begin{bmatrix}s_x & 0 & 0\\ 0 & s_y & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix},\ R(\theta)=\begin{bmatrix}\cos\theta & -\sin\theta & 0\\ \sin\theta & \cos\theta & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

$$R_x(\theta)=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta & 0\\ 0 & \sin\theta & \cos\theta & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix},\ R_y(\theta)=\begin{bmatrix}\cos\theta & 0 & \sin\theta & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix},\ R_z(\theta)=\begin{bmatrix}\cos\theta & -\sin\theta & 0 & 0\\ \sin\theta & \cos\theta & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

$$P(u)=\frac{b-u}{b-a}P_0+\frac{u-a}{b-a}P_1,\ u\in[a,b]$$

$$\mathbf{P}^n(t)=\sum_{i=0}^{n}\binom{n}{i}t^i(1-t)^{n-i}\mathbf{P}_i=\sum_{i=0}^{n}B_i^n(t)\mathbf{P}_i,\ t\in[0,1] \text{ και } \binom{n}{i}=\frac{n!}{i!(n-i)!}$$

$$\frac{d}{du}P^n(a)=\frac{n}{(b-a)}(\mathbf{P}_1-\mathbf{P}_0),\ \frac{d}{du}P^n(b)=\frac{n}{(b-a)}(\mathbf{P}_n-\mathbf{P}_{n-1}),\ u\in[a,b]$$

$$\frac{d^2}{du^2}P^n(a)=\frac{n(n-1)}{(b-a)^2}(\mathbf{P}_2-2\mathbf{P}_1+\mathbf{P}_0),\ \frac{d^2}{du^2}P^n(b)=\frac{n(n-1)}{(b-a)^2}(\mathbf{P}_n-2\mathbf{P}_{n-1}+\mathbf{P}_{n-2}),\ u\in[a,b]$$

$$\frac{dP^n(t)}{dt}=n\sum_{i=0}^{n-1}B_i^{n-1}(t)[\mathbf{P}_{i+1}-\mathbf{P}_i],\ t\in[0,1]$$

$$\left.\begin{aligned}H_0^3(t)&=2t^3-3t^2+1\\ H_1^3(t)&=t^3-2t^2+t\\ H_2^3(t)&=t^3-t^2\\ H_3^3(t)&=-2t^3+3t^2\end{aligned}\right\}t\in[0,1]\qquad \left.\begin{aligned}\hat{H}_0^3(u)&=H_0^3(t)\\ \hat{H}_1^3(u)&=(b-a)H_1^3(t)\\ \hat{H}_2^3(u)&=(b-a)H_2^3(t)\\ \hat{H}_3^3(u)&=H_3^3(t)\end{aligned}\right\}u\in[a,b],t\in[0,1],t=\frac{u-a}{b-a}$$

$$\mathbf{P}(t)=H_0^3(t)\mathbf{P}_0+H_1^3(t)\mathbf{m}_0+H_2^3(t)\mathbf{m}_1+H_3^3(t)\mathbf{P}_1,\ \ t\in[0,1]$$

$$\mathbf{P}_i(u)=\hat{H}_0^3(u)\mathbf{P}_i+\hat{H}_1^3(u)\mathbf{m}_i+\hat{H}_2^3(u)\mathbf{m}_{i+1}+\hat{H}_3^3(u)\mathbf{P}_{i+1},\ \ u\in[t_i,t_{i+1}]$$

$$\mathbf{m}_i=\mathbf{P}_{i+1}-\mathbf{P}_{i-1}$$

$$\mathbf{P}^k(t)=\sum_{i=0}^{n}N_i^k(t)\mathbf{P}_i,\ t\in[a,b]$$

$$N_i^0(t)=\begin{cases}1, & t\in[t_i,t_{i+1})\\ 0, & \text{αλλού}\end{cases}$$

$$N_i^r(t)=\frac{t-t_i}{t_{i+r}-t_i}N_i^{r-1}(t)+\frac{t_{i+r+1}-t}{t_{i+r+1}-t_{i+1}}N_{i+1}^{r-1}(t),\quad \begin{aligned}&r=1,2,\ldots,k\\ &i=0,1,\ldots,n+k-r\end{aligned}$$