

**Τελική Εξέταση στο Μάθημα  
“Εισαγωγή στις Πιθανότητες και τη Στατιστική”  
Σύρος, 15/06/2011**

Ομάδα Α

**Θέμα 1.** Πόσες φορές πρέπει να ρίξετε ένα τέλειο ζάρι ώστε η πιθανότητα να φέρετε 6 τουλάχιστον μια φορά να είναι 0,99; (1.5 μ.)

**Θέμα 2.** Δίνονται έξι δολιευμένα ζάρια τέτοια ώστε η πιθανότητα της όψης 6 για το  $n$ -οστό ζάρι να είναι  $n/6$ ,  $n = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ . (α) Να βρείτε την πιθανότητα της όψης 6 για ένα ζάρι που εκλέγεται στην τύχη από τα έξι δολιευμένα ζάρια. (β) Εκλέγεται ένα ζάρι από τα έξι, ρίχνεται και δείχνει 6. Ποιά είναι η πιθανότητα να είναι το τέταρτο ζάρι; (1.5 μ.)

**Θέμα 3.** Εάν η τ.μ.  $\mathcal{X}$  έχει  $E[\mathcal{X} - 1]^2] = 12$ ,  $E[\mathcal{X} - 2]^2] = 8$ , να υπολογίσετε τη μέση τιμή, τη διασπορά και την τυπική απόκλιση της. (1 μ.)

**Θέμα 4.** Από μια ραδιενεργό ουσία εκπέμπονται κατά μέσο όρο 3 σωματίδια ανά sec, σύμφωνα με την κατανομή του Poisson. (α) Ποιά είναι η πιθανότητα σε 1 sec να εκπεμφθούν το πολύ 2 σωματίδια; (β) Δίνεται ότι ο χρόνος μεταξύ δυο διαδοχικών εκπομπών ακολουθεί την εκθετική κατανομή με παράμετρο  $\lambda = 3$ . Ποιά είναι η πιθανότητα ο χρόνος μεταξύ δυο διαδοχικών εκπομπών να είναι το πολύ 2 sec; (1.5 μ.)

**Θέμα 5.** Σε μια εξέταση πολλαπλής επιλογής τα θέματα δίνονται μαζί με 3 δυνατές απαντήσεις από τις οποίες σωστή είναι μόνο μια ενώ δίνονται συνολικά 50 θέματα. (α) Εάν κάποιος εξεταζόμενος δεν γνωρίζει κανένα θέμα και απαντά σε όλα με τρόπο τυχαίο, ποιά είναι η πιθανότητα να περάσει επιτυχώς την εξέταση; (β) Ποιός είναι ο μέσος αριθμός σωστών τυχαίων απαντήσεων ανά γραπτό; (γ) Εάν οι απαντήσεις δίνονται με τον ίδιο τυχαίο τρόπο, να βρεθεί η πιθανότητα ο εξεταστής να έχει διορθώσει 10 γραπτά πριν την εμφάνιση του πρώτου γραπτού με επιτυχία. (2 μ.)

**Θέμα 6.** Η αντοχή ενός σπάγγου βρέθηκε ότι ακολουθεί την κανονική κατανομή. Έξι μετρήσεις της αντοχής του έδωσαν τις παρακάτω τιμές μέγιστου φορτίου σε κιλά 4.6, 5.7, 8.9, 3.5, 6.2, 9.4. Να κατασκευάσετε ένα 95% διάστημα εμπιστοσύνης για το πραγματικό μέγιστο φορτίο του σπάγγου.

Δίνεται ότι  $F(2.57) = 0.975$  για την κατανομή που θα χρησιμοποιήσετε. (2 μ.)

**Θέμα 7.** Ένα δείγμα 150 λαμπτήρων τύπου Α έδωσε μέση ζωή 1400 ώρες για κάθε λαμπτήρα με τυπική απόκλιση 120 ώρες. Ένα άλλο δείγμα 100 λαμπτήρων τύπου Β έδωσε μέση ζωή 1200 ώρες για κάθε λαμπτήρα με τυπική απόκλιση 80 ώρες. Να κατασκευάσετε ένα 99% διάστημα εμπιστοσύνης για τη διαφορά της μέσης ζωής των λαμπτήρων τύπου Α μείον τη μέση ζωή των λαμπτήρων τύπου Β. (1.5 μ.)

**Διάρκεια εξέτασης : 3 ώρες  
Καλή επιτυχία!**