

**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΙΓΑΙΟΥ**  
**ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΣΧΕΔΙΑΣΗΣ ΠΡΟΪΟΝΤΩΝ**  
**ΚΑΙ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ**  
**ΤΕΛΙΚΗ ΕΞΕΤΑΣΗ ΣΤΟ ΜΑΘΗΜΑ “ΔΙΑΦΟΡΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ”**  
**Σύρος, 31/01/2012**  
**ΟΜΑΔΑ Α**

**Θέμα 1.** Να βρεθεί μια συνεχής συνάρτηση  $y$  στο  $[0, +\infty)$  τέτοια ώστε

$$y(x) - 1 = \int_0^x \frac{y(t)}{t^2 + 1} [2t - y(t)] dt.$$

**Θέμα 2.** Να επιλύσετε το παρακάτω Π.Α.Τ. προσδιορίζοντας έναν πολλαπλασιαστή Euler της μορφής  $\mu = \mu(y)$ .

$$\begin{cases} ydx + (2xy - e^{-2y})dy = 0 \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

**Θέμα 3.** Να λυθεί το Π.Α.Τ.

$$y' + 2y = \begin{cases} e^{-x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}, \quad y(0) = 2.$$

**Θέμα 4.** Να λύσετε τη Δ.Ε.  $y'' + 2y' + y = e^{-x} \ln x$ .

**Θέμα 5.** Να βρεθεί η γενική λύση της Δ.Ε.  $x^2 y'' + 4xy' + (2 + x^2)y = x^2$ ,  $x > 0$  με τη βοήθεια της αντικατάστασης  $z = x^2 y$ .

**Θέμα 6.** Να μετατραπεί σε Δ.Ε. πινάκων 1ης τάξης και να βρεθεί η λύση του Π.Α.Τ. για το παρακάτω σύστημα Δ.Ε.

$$\begin{cases} x'(t) = 3x(t) + y(t) \\ y'(t) = -7x(t) - 5y(t) \\ x(0) = -1, y(0) = 1 \end{cases}.$$

Να επιλέξετε 5 από τα 6 θέματα. Τα θέματα είναι ισοδύναμα.  
Διάρκεια εξέτασης : 2.5 ώρες. Καλή επιτυχία!